

## Esercizi sulle matrici simmetriche

**Es\_1)** Considerata la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x^2 - y & z^2 \\ z - x^2 & x & z - x \\ 1 & x + z & y^2 \end{bmatrix}$$

Determinare, se esistono, i valori per le variabili  $x, y, z$  in modo che la matrice sia simmetrica. Nel caso esistano detti valori scrivere la matrice o le matrici corrispondenti e calcolare il relativo determinante.

**Risposta**

La matrice diventa simmetrica con i seguenti valori  $x=0, y=-1, z=1$ , oppure con i valori  $x=0, y=1, z=-1$ . Entrambe le matrici hanno determinante nullo.

**Es\_2)** Considerata la seguente matrice A

$$A = \begin{bmatrix} \sin x & \sin(x+y) & \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) & -1 & \cos y \\ -1 & \cos(2y) & 0 \end{bmatrix}$$

Q<sub>1</sub>- Riconoscere che per opportuni valori di  $x$  ed  $y$  appartenenti all'intervallo  $[0; 2\pi]$  la matrice diventa simmetrica.

$$\text{Risposta 1) } \left(x = \frac{3}{2}\pi; y = \frac{2}{3}\pi\right), \quad 2) \left(x = \frac{3}{2}\pi; y = \frac{4}{3}\pi\right)$$

Q<sub>2</sub>- Per i valori delle incognite  $x, y$  trovati dimostrare che si ottiene una sola matrice.

$$\text{Risposta: } A = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

Q<sub>3</sub>- Relativamente alla matrice A riportata in Q<sub>2</sub> si calcolino i valori dei determinanti

$$\det(A), \det(A^3).$$

$$\text{Risposte: } \det(A) = \frac{7}{4}, \quad \det(A^3) = \left(\frac{7}{4}\right)^3$$

Q<sub>4</sub>) Determinare la matrice inversa della matrice A.

$$\text{Risposta: } A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{5}{7} \\ \frac{2}{7} & -\frac{4}{7} & -\frac{4}{7} \\ -\frac{5}{7} & -\frac{4}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$$